公職技師工程數學

95-101 年歷屆試題詳解

電機高普特考技師專用書

喻超凡博士、喻超弘老師 編著

喻超凡數位企業限公司

http:// www.superyu.idv.tw

目錄

Part I

95 年 詳 解

1. 95年公務人員電力、電子、醫學工程高考

甲、申論題部分 (50分)

1. 若 C 表示一個 $|z-1|=2$ 的圓，試求圍線積分 $\oint_C \dfrac{e^z}{z(z-4)}\,dz$。(5分)

《喻超凡, 喻超弘95電力、電子、醫工高考》

《解》☞ 令 $f(z)=\dfrac{e^z}{z(z-4)}$, 故 $f(z)$ 在 C 內具有 $z=0$ 的一階 pole, 且

$$\mathrm{Res} f(0)=\left.\frac{e^z}{(z-4)}\right|_{z=0}=-\frac{1}{4}$$

故

$$\oint_C \frac{e^z}{z(z-4)}\,dz=2\pi\imath\,\mathrm{Res} f(0)=2\pi i(-\frac{1}{4})=-\frac{\pi i}{2}$$

2. (1) 求 $F(x)=\begin{cases}1 & \text{if } |x|<a\\ 0 & \text{if } |x|>a\end{cases}$ 之傅立葉轉換 ($f(w)=\int_{-\infty}^{\infty}F(x)e^{-iwx}\,dx$)。(5分)

(2) 計算 $\int_{-\infty}^{\infty}\dfrac{\sin(wa)\ \cos(wx)}{w}\,dw$。(5分)

(3) 求 $\int_0^{\infty}\dfrac{\sin w}{w}\,dw$ 之值。(5分)

《喻超凡, 喻超弘95電力、電子、醫工高考》

《解》☞

(1)

$$\begin{aligned} f(w) &= \mathscr{F}\{F(x)\}=\int_{-\infty}^{\infty}F(x)e^{-iwx}\,dx\\ &= \int_{-a}^{a}(\cos wx - i\sin wx)\,dx \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= 2\int_0^a \cos wx\,dx = 2\frac{\sin wx}{w}\Big|_0^a \\
&= \frac{2\sin wa}{w}
\end{aligned}
$$

(2) 因

$$
\begin{aligned}
F(x) &= \mathscr{F}^{-1}\{\frac{2\sin wa}{w}\} \\
&= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{2\sin wa}{w}e^{iwx}\,dw \\
&= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin wa}{w}(\cos wx + i\sin wx)\,dw \\
&= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin wa\ \cos wx}{w}dw
\end{aligned}
$$

即

$$
\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin wa\ \cos wx}{w}dw = \begin{cases} \pi & ;\ |x| < a \\ 0 & ;\ |x| > a \\ \dfrac{\pi}{2} & ;\ x = \pm a \end{cases}
$$

(3)

$$
\int_0^{\infty}\frac{\sin wa}{w}dw = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin wa}{w}dw = \frac{1}{2}\,\pi F(0) = \frac{\pi}{2}
$$

3. 令矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$, 試求
(1) A 之特徵值 (eigenvalues) (3分)
(2) A 之特徵向量 (eigenvectors) (3分)
(3) 計算 $e^{-A} = ?$ (4分) 《喻超凡, 喻超弘95電力、電子、醫工高考》

《解》 ☞

(1) 由 $\det(A - \lambda I) = 0$, 可得 A 的特徵值爲 $\lambda = 4$ 、-3 。

(2) 將 $\lambda = 4$ 代回 $(A - \lambda I)X = 0$ 中可得

$$
\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_2 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}
$$

可得對應的特徵向量為

$$X = c_1 \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (c_1 \neq 0)$$

將 $\lambda = -3$ 代回 $(A - \lambda I)X = 0$ 中可得

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

可得對應的特徵向量為

$$X = c_2 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (c_2 \neq 0)$$

(3) 令

$$e^{-A} = a\,A + b\,I$$

將 $\lambda = 4$ 、-3 代入上式 , 可得

$$\begin{cases} e^{-4} = 4a + b \\ e^{3} = -3a + b \end{cases}$$

故

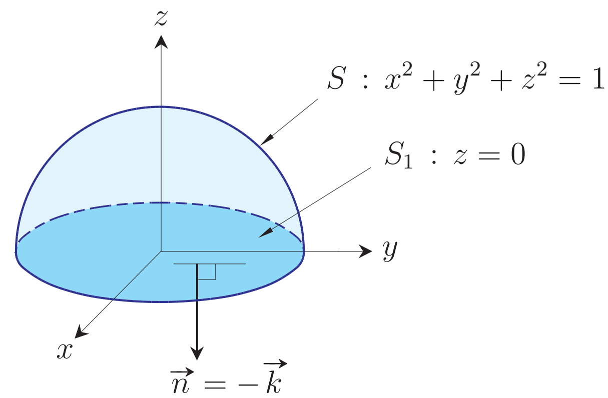
$$a = \frac{1}{7}(e^{-4} - e^{3})\ ,\ b = \frac{1}{7}(3\,e^{-4} + 4\,e^{3})$$

則

$$e^{-A} = \frac{1}{7}(e^{-4} - e^{3})A + \frac{1}{7}(3\,e^{-4} + 4\,e^{3})I$$

4. 有一表面 S 如下 $S : x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z \geq 0$, 假設有一向量函數為 $\vec{F}(x, y, z) = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$, 請計算 $\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{A}$ 之值 。(10分)

《喻超凡, 喻超弘 95電力、電子、醫工高考》



《解》☞ 令 $S+S_1$ 所圍的區域爲上半球 D (如圖)，則

$$\iint_{S+S_1}(\vec{F}\cdot\vec{n})\,dA=\iiint_D(\nabla\cdot\vec{F})\,dx\,dy\,dz$$

故

$$\iint_S(\vec{F}\cdot\vec{n})\,dA=\iiint_D(\nabla\cdot\vec{F})\,dx\,dy\,dz-\iint_{S_1}(\vec{F}\cdot\vec{n})\,dA \tag{1}$$

因

$$\iiint_D(\nabla\cdot\vec{F})\,dx\,dy\,dz=\iiint_D 3\,dx\,dy\,dz=3\times\frac{1}{2}\times\frac{4\pi}{3}\times 1^3=2\pi \tag{2}$$

且 $S_1\ :\ z=0$，$x^2+y^2\le 1$，故 $\vec{n}=-\vec{k}$，則

$$\begin{aligned}\iint_{S_1}(\vec{F}\cdot\vec{n})\,dA &= \iint_{S_1}\{(x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k})\cdot(-\vec{k})\}dA\\ &= -\iint_{S_1}z\,dA=0\end{aligned} \tag{3}$$

將 (2)、(3) 兩式代回 (1) 中可得

$$\iint_S(\vec{F}\cdot\vec{n})\,dA=2\pi-0=2\pi$$

5. 求出微分方程式 $y''+9y=x\cos x$ 的通解。(10分)
《喻超凡, 喻超弘 95電力、電子、醫工高考》

《解》☞

(1) 齊次解：令 $y = e^{mx}$ 代回 ODE 中可得

$$m^2 + 9 = 0 \ \Rightarrow \ m = \pm 3i$$

故

$$y_h(x) = c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x$$

(2) 特解：

$$\begin{aligned} y_p(x) &= \frac{1}{D^2+9} x \cos x \\ &= x \ \frac{1}{D^2+9} \cos x - \frac{2D}{(D^2+9)^2} \cos x \\ &= \frac{x}{8} \cos x + \frac{1}{32} \sin x \end{aligned}$$

(3) 通解：$y(x) = y_h(x) + y_p(x)$

乙、測驗題部分 (50分)

1. $i=\sqrt{-1}$, 下列那一級數 (series) 收斂 ?

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{i^n}{n}$ (C) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\ln n}$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}$

《喻超凡, 喻超弘 95電力、電子、醫工高考》

《解》☞ (B) ; 因

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{i^n}{n} &= i-\frac{1}{2}-\frac{i}{3}+\frac{1}{4}+\frac{i}{5}+\cdots\\ &= i(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots)-(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\cdots)\\ &= i\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n}\end{aligned}$$

因 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ 、$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n}$ 均為收斂的交錯級數 , 故 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{i^n}{n}$ 收斂 。

2. 有一個平面包含 $\vec{B}=\vec{j}-\vec{k}$ 及 $\vec{C}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ 兩個向量 , 求出向量 $\vec{A}=\vec{i}-2\vec{k}$ 與該平面法線的夾角應為何 ?

(A) $\theta=\cos^{-1}0$ (B) $\theta=\cos^{-1}1$ (C) $\theta=\cos^{-1}\frac{4}{\sqrt{30}}$ (D) $\theta=\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{30}}$

《喻超凡, 喻超弘 95電力、電子、醫工高考》

《解》☞ (C) ; 平面的法向量為

$$\vec{n}=\vec{B}\times\vec{C}=(\vec{j}-\vec{k})\times(\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})=2\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$$

故夾角為

$$\cos\theta=\frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}\cdot\frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}=\frac{2\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}}{\sqrt{6}}\cdot\frac{\vec{i}-2\vec{k}}{\sqrt{5}}=\frac{4}{\sqrt{30}}$$

3. 下列何組向量可成為 $\mathbb{R}^2$ 空間的單範正交基底 (orthonormal basis)？

(A) $\{(1/\sqrt{2}\,,\,1/\sqrt{2}\;)^T\,,\,(1\,,\,-1)^T\}$ (B) $\{(-1/2\,,\,\sqrt{3}\,/2)^T\,,\,(\sqrt{3}/2\,,\,-1/2)^T\}$

(C) $\{(1\,,\,1)^T\,,\,(1\,,\,-1)^T\}$ (D) $\{(1/\sqrt{2}\,,\,-1/\sqrt{2}\;)^T\,,\,(1/\sqrt{2}\,,\,1/\sqrt{2}\;)^T\}$

《喻超凡, 喻超弘 95電力、電子、醫工高考》

《解》 ☞ (D)；

$$(1/\sqrt{2}\,,\,-1/\sqrt{2}\;)^T\cdot(1/\sqrt{2}\,,\,1/\sqrt{2}\;)^T=0$$

且

$$\|(1/\sqrt{2}\,,\,-1/\sqrt{2}\;)^T\|=\|(1/\sqrt{2}\,,\,1/\sqrt{2}\;)^T\|=1$$

4. 假設 $\vec{R}(t)=2t\,\vec{i}-\cos(3t)\,\vec{j}+t^3\,\vec{k}$，$0\le t\le 1$，求 $\vec{R}'=\dfrac{d\vec{R}}{dt}$ 方向之單位向量為何？

(A) $\dfrac{2\,\vec{i}+3\sin(3t)\,\vec{j}+3t^2\,\vec{k}}{4+9\sin^2(3t)+9t^4}$ (B) $\dfrac{2\,\vec{i}+3\sin(3t)\,\vec{j}+3t^2\,\vec{k}}{\sqrt{4+9\sin^2(3t)+9t^4}}$

(C) $\dfrac{3\sin(3t)\,\vec{j}+3t^2\,\vec{k}}{\sqrt{9\sin^2(3t)+9t^4}}$ (D) $\dfrac{2\,\vec{i}+3\sin(3t)\,\vec{j}+4t^2\,\vec{k}}{\sqrt{8+9\sin^2(3t)+7t^4}}$

《喻超凡, 喻超弘 95電力、電子、醫工高考》

《解》 ☞ (B)；

$$\vec{R}'(t)=2\,\vec{i}+3\sin(3t)\,\vec{j}+3t^2\,\vec{k}$$

故單位向量為

$$\frac{\vec{R}'(t)}{|\vec{R}'(t)|}=\frac{2\,\vec{i}+3\sin(3t)\,\vec{j}+3t^2\,\vec{k}}{\sqrt{4+9\sin^2(3t)+9t^4}}$$

5. 下列敍述何者正確？

(A) 如果 A 是赫米特矩陣 (Hermitian matrix)，並且 $A^2 = I$，I 是單位矩陣，則 A 也是么正矩陣 (unitary matrix)

(B) 赫米特矩陣的行列式值 (determinant) 不一定是實數 (real)。

(C) 令 $\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_i(M)$ 表示矩陣 M 之所有特徵值 (eigenvalue) 的總和。現給予 A、B 兩矩陣，則 $\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_i(A) + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_i(B) \neq \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_i(A+B)$

(D) 如果一個矩陣有重複的 (repeated) 特徵值，則此矩陣無法對角化 (diagonalizable)

《**喻超凡, 喻超弘** 95電力、電子、醫工高考》

《**解**》☞ (A)；A 爲赫米特矩陣，則 $A^* = A$，故

$$A^2 = AA = A^*A = I$$

則 A 爲 unitary 矩陣

6. 試求微分方程式 $x^2dy - 2ydx = -(y^2 + 2x)dy$ 之通解，其中 c 爲任意常數。

(A) $y = 2\cos^{-1}(x/y) + c$ (B) $y = 2\cot^{-1}(x/y) + c$

(C) $y = 2\sec^{-1}(x/y) + c$ (D) $y = 2\tan^{-1}(x/y) + c$

《**喻超凡, 喻超弘** 95電力、電子、醫工高考》

《**解**》☞ (D)；原式可改寫成

$$-2(ydx - xdy) + (x^2 + y^2)dy = 0 \ \Rightarrow\ -2\frac{d(xy^{-1})}{y^{-2}} + (x^2 + y^2)dy = 0$$

即

$$-\frac{2}{1 + (\frac{x}{y})^2} d(\frac{x}{y}) + dy = 0$$

兩端積分可得

$$-2\tan^{-1}(\frac{x}{y})+y=c$$

7. 計算 $\oint_C \frac{\cosh z}{z^3}\,dz$ 之值，其中 C 表示一個正方形，其邊緣通過點 $(\pm 2\,,\,0)$ 及 $(0\,,\,\pm 2)$，逆時鐘方向 (counterclockwise)。

(A) π (B) 0 (C) $i\,2\pi$ (D) $i\,\pi$

《喻超凡, 喻超弘 95電力、電子、醫工高考》

《解》☞ (D)；令 $f(z)=\frac{\cosh z}{z^3}$ 則 $f(z)$ 在 C 內具有 $z=0$ 的3階 poles，且

$$\mathrm{Res}f(0)=\frac{1}{2!}\lim_{z\to 0}\frac{d^2}{dz^2}z^3f(z)=\frac{1}{2}$$

故

$$\oint_C \frac{\cosh z}{z^3}\,dz=2\pi\,i\,\mathrm{Res}f(0)=2\pi\,i\,\frac{1}{2}=\pi\,i$$

8. 若一系統之轉移函數為 $G(s)=\frac{1}{s^2+3s+2}$，且輸入信號為 $x(t)=\sin 2t$，則輸出信號 $y(t)$ 之拉氏轉換 $Y(s)$ 為：

(A) $\frac{s}{(s+1)(s+2)(s^2+2)}$ (B) $\frac{2}{(s+1)(s+2)(s^2+2)}$

(C) $\frac{s}{(s+1)(s+2)(s^2+4)}$ (D) $\frac{2}{(s+1)(s+2)(s^2+4)}$

《喻超凡, 喻超弘 95電力、電子、醫工高考》

《解》☞ (D)；

$$\mathscr{L}\{y(t)\}=G(s)\mathscr{L}\{x(t)\}=\frac{2}{(s+1)(s+2)(s^2+4)}$$

9. 下列何者與 $\mathscr{L}\{f(t)\,u(t-a)\}$ 相等，其中 $\mathscr{L}\{\cdot\}$ 代表拉氏換 (Laplace transform)?

(A) $e^{-at}\mathscr{L}\{a\,f(t)\}$ (B) $e^{-at}\mathscr{L}\{\frac{df}{dt}\}$ (C) $e^{-at}\mathscr{L}\{a\,f(t-a)\}$
(D) $e^{-at}\mathscr{L}\{f(t+a)\}$ **《喻超凡, 喻超弘** 95電力、電子、醫工高考》

《解》 ☞ (D)；$\mathscr{L}\{f(t)\,u(t-a)\} = e^{-at}\mathscr{L}\{f(t+a)\}$

10. 若微分方程式 $y'' - 4y' + 4y = 25\sin x$ 且 $y(0) = 3$、$y'(0) = 2$，試求其解？
(A) $y = e^{2x} + 2xe^{2x} + \cos x$ (B) $y = 3e^{2x} - 5xe^{2x} + \sin x$
(C) $y = 2e^{2x} + 2xe^{2x} + \cos x + \sin x$ (D) $y = -e^{2x} + xe^{2x} + 3\sin x + 4\cos x$
《喻超凡, 喻超弘 95電力、電子、醫工高考》

《解》 ☞ (D)；齊次解：令 $y = e^{mx}$ 代回 ODE 中可得

$$m^2 - 4m + 4 = 0 \;\Rightarrow\; m = 2\,,\,2$$

故

$$y_h(x) = c_1 e^{2x} + c_2 x e^{2x}$$

特解

$$\begin{aligned} y_p(x) &= \frac{1}{D^2 - 4D + 4} 25\sin x \\ &= 25\,\frac{4D+3}{-(4D-3)(4D+3)}\sin x \\ &= 25\,\frac{4D+3}{-(16D^2-9)}\sin x \\ &= (4\cos x + 3\sin x) \end{aligned}$$

通解

$$y(x) = y_h(x) + y_p(x) = c_1 e^{2x} + c_2 x e^{2x} + 4\cos x + 3\sin x$$

再由

$$\begin{cases} y(0) = 3 = c_1 + 4 \\ y'(0) = 2 = 2c_1 + c_2 + 3 \end{cases} \Rightarrow\ c_1 = -1\,,\ c_2 = 1$$

故

$$y(x) = -e^{2x} + xe^{2x} + 3\sin x + 4\cos x$$

11. 下列那一函數滿足 Laplace 方程式 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$?

(A) $u = \sin x\ \cos y$ (B) $u = \tan^{-1}(y/x)$ (C) $u = x^2{+}y^2$ (D) $u = \sinh x\ \cosh y$

《**喻超凡, 喻超弘** 95電力、電子、醫工高考》

《**解**》☞ (B) ; 令 $x = r\ \cos\theta$ 、$y = r\ \sin\theta$, 故

$$\frac{y}{x} = \tan\theta\ \Rightarrow\ \theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$$

故 $u = \tan^{-1}\dfrac{y}{x} = \theta$, 則

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial^2} + \frac{1}{r}\ \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\ \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0$$

12. $f(t)$ 是週期 2π 的函數 , 在 $-\pi \le t < \pi$ 之間定義爲 $f(t) = |t|$ 。將 $f(t)$ 的傅立葉級數 (Fourier series) 表示成

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nt + b_n \sin nt)$$

求 $\dfrac{a_0}{2}$ 之值爲何 ?

(A) $\pi/2$ (B) π (C) 2π (D) 4π

《**喻超凡, 喻超弘** 95電力、電子、醫工高考》

《**解**》☞ (A) ;

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} t\,dt = \frac{1}{\pi} \times \frac{t^2}{2}\Big|_0^{\pi} = \frac{\pi}{2}$$

13. 給定一個連續隨機變數 X , 它的機率密度函數為 $f(x)=\begin{cases}1/10 & , 0\le x<10\\ 0 & , \text{otherwise}\end{cases}$,
則條件期望值 $E[X\,|\,X\le 6]$ 為何？
(A) 3.0 (B) 5.0 (C) 6.0 (D) 10.8
《喻超凡, 喻超弘 95電力、電子、醫工高考》

《解》 ☞ (A) ;

$$f(x\,|\,x\le 6)=\frac{f(x\,,\,x\le 6)}{P\{X\le 6\}}=\frac{\frac{1}{10}}{\int_0^6 \frac{1}{10}\,dx}=\frac{1}{6}\quad (0\le x\le 6)$$

故

$$E[X\,|\,X\le 6]=\int_0^6 x\,f(x\,|\,x\le 6)\,dx=\int_0^6 x\,\frac{1}{6}\,dx=\frac{1}{6}\times\frac{36}{2}=3$$

14. 二維隨機變數 X 與 Y 的聯合機率密度函數 (joint probability desity function) 為

$$f_{X,Y}(x\,,\,y)=\begin{cases}xy & , 0\le x\le 1\,,\,0\le y\le 2\\ 0 & , \text{otherwise}\end{cases}$$

則 $X^2+Y^2<1$ 的機率為何？
(A) 1/16 (B) 1/8 (C) 3/16 (D) 1/4
《喻超凡, 喻超弘 95電力、電子、醫工高考》

《解》 ☞ (B) ;

$$\begin{aligned}P\{X^2+Y^2<1\} &= \iint_{x^2+y^2<1} f_{X,Y}(x\,,\,y)\,dxdy\\ &= \int_{\theta=0}^{r=\frac{\pi}{2}}\int_{r=0}^{r=1}(r\cos\theta)(r\sin\theta)r\,drd\theta\\ &= \frac{1}{8}\end{aligned}$$

15. $\mathscr{L}\{\cdot\}$ 代表拉氏轉換 (Laplace trnasform)，令 $f(t)=\mathscr{L}^{-1}\{\frac{1}{s(s^2+1)}\}$，則 $f(\frac{\pi}{2})$ 等於多少？

(A) 0 (B) $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) 1 (D) 2

《喻超凡, 喻超弘 95電力、電子、醫工高考》

《解》☞ (C)；

$$f(t)=\mathscr{L}^{-1}\{\frac{1}{s(s^2+1)}\}=\int_0^t \sin t\,dt=(1-\cos t)$$

故 $f(\frac{\pi}{2})=1$

16. 令 P_n 爲所有次數小於 n 之多項式集合，$C^n[a\,,b]$ 爲所有可 n 次微分之函數 $f(x)$，$x\in[a\,,b]$ 所成的集合。$\mathbb{R}^n$ 表示 n 維實數向量，$\mathbb{R}^{n\times n}$ 表示 n 階實數矩陣。則下列敘述何者正確？

(A) $(1\,,1\,,0)^T$，$(1\,,0\,,-1)^T$，$(1\,,-1\,,2)^T$ 在 $\mathbb{R}^3$ 線性相依 (linearly dependent)

(B) x^2，$x|x|$，此二向量在 $C^1[-1\,,1]$ 線性相依。

(C) $\begin{bmatrix}0&1\\0&0\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}-1&0\\0&1\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}2&1\\0&-2\end{bmatrix}$ 在 $\mathbb{R}^{2\times 2}$ 線性獨立 (linearly independent)。

(D) $x+1$，$x+2$，x^2-1 在 P_3 線性獨立。

《喻超凡, 喻超弘 95電力、電子、醫工高考》

《解》☞ (D)；

$$W(x+1\,,x+2\,,x^2-1)=\begin{vmatrix}x+1&x+2&x^2-1\\1&1&2x\\0&0&2\end{vmatrix}=-2\neq 0$$

故 $x+1$，$x+2$，x^2-1 在 P_3 爲線性獨立。